

Славко Моцоња

Увод у математичку логику

– збирка задатака –

Универзитет у Београду
Математички факултет

Београд, 2024.

др Славко Моцоња
Е-пошта: slavko@matf.bg.ac.rs

Увод у математичку логику – збирка задатака
Прво издање, 2024.

Рецензенти:

проф. др Небојша Икодиновић, Математички факултет у Београду
проф. др Бориша Кузељевић, Природно-математички факултет у Новом Саду

Издавач:

Универзитет у Београду, Математички факултет
Студентски трг 16, 11158 Београд
Телефон: (+381) 011 2027 801
Е-пошта: matf@matf.bg.ac.rs

За издавача:

проф. др Зоран Ракић, декан

Обрада текста и цртежи: аутор
Дизајн корица: new7ducks / Freerik
Штампа и повез: Донат Граф д.о.о., Београд
Тираж: 300

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

510.6(075.8)(076)

МОЦОЊА, Славко, 1984-

Увод у математичку логику : збирка задатака / Славко Моцоња ; [цртежи аутор]. - 1. изд. - Београд : Универзитет, Математички факултет, 2024 (Београд : Донат Граф). - 311 стр. : граф. прикази ; 25 cm

Тираж 300. - Библиографија: стр. 311.

ISBN 978-86-7589-187-1

а) Математичка логика – Задаци

COBISS.SR-ID 142999561

© Математички факултет, 2024.

Сва права су задржана. Ниједан део ове публикације не може бити репродукован нити смештен у систем за претраживање и трансмитовање у било ком облику, електронски, механички, фотокопирањем, снимањем или на други начин, без претходне писмене дозволе издавача.

Мој пријатељу драги, стога мој савет чујте:
пре свега *Collegium logicum* посећујте.
Дух ће вам дивно ту дресирати,
у шпанске чизме га ушнирати,
те да клај-клај се вући сме
путањом мисли, а не, ко пре,
да стално ђа тамо ђа овамо,
ко смушен свитац витла само.
Затим ће дуго да вас уче
да је за оно што сте до јуче
у једном маху чинили ви
– као, на пример, пили ил' јели –
потребно: један! два! и три!
да бисте правилно то извели.

Јохан Волфганг Гете: *Фауст*
(Мефистофелесов савет студенту)
Превод Бранимира Живојиновића

Садржај

Предговор	7
Глава 1. Искази, скупови, предикати	9
1. Искази и предикати	9
2. Острва	17
3. Исказне формуле	25
4. Скуповне операције	40
5. Формуле првог реда на чистом предикатском језику	50
Глава 2. Математичка индукција	63
Глава 3. Природна дедукција	69
1. Исказна логика	69
2. Чиста предикатска логика првог реда	74
Глава 4. Релације	79
1. Декартов производ	79
2. Бинарне релације	81
3. Еквиваленције	86
4. Уређења	90
Глава 5. Функције	97
1. Функционалне релације	97
2. Функције	98
3. Директна и инверзна слика	101
Глава 6. Кардиналност скупа	107
Решења задатака	113
1. Искази, скупови, предикати	113

2. Математичка индукција	184
3. Природна дедукција	201
4. Релације	205
5. Функције	242
6. Кардиналност скупа	264
Литература	311

Предговор

Ова збирка задатака писана је пре свега као помоћни уџбеник за курс *Увод у математичку логику* за студенте прве године математике на Математичком факултету у Београду, али се свакако може користити и као помоћни материјал за остале основне курсеве математике. Курс *Увод у математичку логику* има два циља. Један је упознавање студената са основним појмовима и резултатима математичке логике, као и улогом логике у математици, а други је упознавање са основним појмовима математике: скуп, релација, функција, бесконачност, итд. Велики део материјала у овом тексту чине задаци које сам, заједно са многим колегама, држао на часовима вежби и предавања, и давао на испитима више од петнаест година.

Текст је подељен у седам поглавља. Првих шест поглавља садрже задатке, док су решења задатака дата у последњем поглављу.

Прво поглавље, насловљено *Искази, скупови, њредикаџи*, подељено је у пет одељака. У првом одељку дати су задаци који би требало да помогну студенту пре свега да савлада прецизан симболички запис. Без познавања симболичког записа даље праћење математичких садржаја није могуће. Други одељак се бави типичним логичким загонеткама и већ служи као увод у исказну логику. Семантика исказне логике обрађена је у трећем одељку. У четвртом одељку су задаци који се баве скуповима и основним скуповним операцијама. Коначно, у петом одељку обрађује се семантика логике првог реда. У другом поглављу *Математичка индукција* налази се велики број задатака који би требало да опишу све типичне примене ове основне технике доказа. Треће поглавље *Природна дегукија* се бави математичком логиком. Представљен је основни формални систем за доказивање у исказној логици и логици првог реда. У четвртом поглављу

Релације враћамо се на основне математичке концепте. Обрађује се појам релације, и основне врсте релација које су присутне у математици: еквиваленције и уређења. У петом поглављу *Функције* дати су задаци који се баве појмом функције и основним особинама функција. Коначно, шесто поглавље *Кардиналности скупа* бави се појмом бесконачности скупа, пре свега пребројивим скуповима и скуповима моћи континуума.

Захваљујем се рецензентима, професорима Небојши Икодиновићу и Бориши Кузељевићу на огромној помоћи. Захваљујем се и мом ментору, професору Предрагу Тановићу, који је, поред тога што је био незванични рецензент текста, у великој мери утицао на његов садржај. Велику захвалност дугујем и професору Зорану Петровићу, без чијег подстицаја би писање ове збирке трајало знатно дуже.

Без обзира на пажљиво ишчитавање, збирка сигурно и даље садржи велики број типографских, стилских и материјалних грешака. Био бих захвалан сваком читаоцу који би ми путем мејла или на други начин указао на било коју уочену грешку у тексту. Свака друга сугестија такође је добродошла.

Београд, децембар 2023.

С. Моцоња